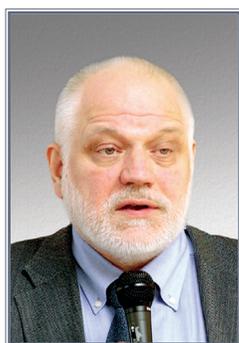


СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ

РЕКТОР МОСКОВСКОГО
ИНСТИТУТА ОТКРЫТОГО
ОБРАЗОВАНИЯ
Алексей Львович Семёнов



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ КАК ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ КОНКУРЕНТНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО РОССИИ. МАТЕМАТИКА – ЭЛЕМЕНТ НАЦИОНАЛЬНОЙ ИДЕИ

Способы логического рассуждения, планирования и коммуникации, моделирования реального мира, реализуемые и прививаемые математикой, являются необходимым элементом общей культуры с более чем трехтысячелетней историей. Математика лежит в основе всех современных технологий и научных исследований, является необходимым компонентом экономики, построенной на знании. Создание современных информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) является, прежде всего, математической деятельностью.

Математическое знание, математическая компетентность пользовались большим уважением в России в последние столетия. Российская математика была сильнейшей в мире во второй половине XX века: в частности, оборонный паритет достигался за счет вклада советских математиков, компенсировавшего отставание в компьютерной мощности. Математика, включающая прикладную математику и информатику, может обеспечить конкурентные преимущества экономики РФ в XXI веке (и имеет для этого, при соответствующих вложениях, наибольшие шансы среди всех отраслей науки).

Математическая компетентность в разных формах должна быть повышена во всех категориях населения и войти в профессиональные стандарты. Эту компетентность в обществе можно представить в виде пирамиды, на вершине которой находится небольшая группа профессионалов, включенных в создание ключевых элементов современной мировой математики, а в основании находится вся масса населения, для которой математическая грамотность является обязательным элементом культуры, социальной, личной и профессиональной компетентности. Слои этой пирамиды взаимно необходимы.

Математика может стать важным элементом национальной идеи России XXI века, основой инновационно-технологического потенциала и полем наиболее эффективных инвестиций. Математическое образование должно фактически явиться предметом государственной программы (возможно, интегрированной в другие госпрограммы).

Любое стратегическое направление развития страны будет требовать высокого уровня математической поддержки и сопровождения.

Приоритетность математики и математического образования отмечены в Указе Президента Российской Федерации от 7 мая 2012 года №599 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», в соответствии с которым в настоящее время разрабатывается Концепция развития математического образования в РФ. Ряд предварительных концептуальных результатов разработки отражен в данной публикации.

ОСНОВНЫЕ ПРИОРИТЕТЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ КАК РЕЗУЛЬТАТ ОБРАЗОВАНИЯ

Основным принципом современного математического образования становится формирование матема-

тической компетентности в ходе активной математической деятельности обучающегося.

Знание как умение извлечь из памяти и воспроизвести текст в ответ на текстовый же запрос становится все менее важным. Сегодня любой человек (от ребенка до профессионального математика) в такой ситуации обращается к технологической среде. Точно так же он использует технологический инструмент при необходимости перемножить пару многозначных чисел, посмотреть на экранную визуализацию экспериментальных данных или посчитать нагрузку на опору моста.

Способность применить знание, не важно – находящееся в собственной памяти или извлекаемое из Интернета, – становится все более важной. Человеку приходится принимать и реализовывать все больше самостоятельных решений. При этом он строит и использует математические модели и применяет математические способы рассуждения и формулирования вопросов. Ему приходится принимать решение и о том, какой именно математический факт, формулу или алгоритм можно использовать в данном контексте. Работа профессионалов, применяющих математику, стала более творческой и содержательной благодаря возможности использовать компьютер. Это относится и к бухгалтеру и к архитектору.

При этом знание формулировок, умение производить вычисления, а особенно прикидывать (предсказывать), какой получится результат, оценивать правдоподобность результата моделирования будет по-прежнему являться преимуществом.

К усвоению факта или процедуры можно идти разными путями. Один из них состоит в многократном применении («Повторение – мать учения»). Данный принцип включает и худший вариант: заучивание без применения, когда учитель удовлетворяется ответом: «Чтобы из одной дроби вычесть другую, нужно...». Другой путь состоит в том, чтобы обеспечить наибольшую самостоятельность в открытии, изобретении учащимся этого факта или процедуры. Неумение складывать $1/3$ и $2/5$ означает утрату смысла действия. Если бы у человека сохранилась идея дроби в форме круговой диаграммы (пиццы, торта) а не разрозненные детали выученного когда-то, но непонятого алгоритма, он бы с задачей справился.

Сегодня оптимальным является подход, при котором мы стараемся начать с открытия, затем идет применение, при этом иногда происходит обращение к исходным построениям периода «открытия», и затем, там, где это возможно и органично, используем компьютер.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ И КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ – ВАЖНЕЙШИЙ ФАКТОР РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В БЛИЖАЙШЕМ БУДУЩЕМ

Важнейшие процессы в математическом образовании порождены ИКТ и определяются следующим:

- результаты образования будут использованы в мире, насыщенном ИКТ, благодаря ИКТ потреб-

ность в тех или иных результатах образования радикально изменилась за последние полвека;

- предметное содержание образования будет включать все больше элементов прикладной математики, информатики, «компьютерной математики» (в том числе созданных для описания и исследования процессов мышления, коммуникации, деятельности человека);
- математическая компетентность будет формироваться в ИКТ-средах и с применением ИКТ-инструментов (например, систем визуализации, анализа данных, символьных вычислений, см. раздел «Инструменты математической деятельности»);
- математическая (как и вся образовательная) деятельность будет во все большей степени идти в информационной среде, обеспечивающей взаимодействие участников образовательного процесса, доступ к информационным источникам и инструментам, фиксацию хода и результатов образовательного процесса, возможность их автоматизированного анализа и внешнего наблюдения, индивидуальной диагностики продвижения обучающегося.

Сегодня имеется возможность для подготовки выпускника любого уровня образования, способного (с применением инструментов ИКТ) решать намного более широкий круг задач, чем это было 50 лет назад.

Современные ИКТ в сочетании с гибкими механизмами оплаты труда педагогов могут многократно увеличить результативность дистанционной образовательной деятельности по привлечению широкого круга учащихся к занятиям математикой, их подготовке к поступлению в лучшие университеты страны (как это, например, осуществлялось в заочной математической школе начиная с 1960-х годов) и продолжению обучения там. При этом дистанционный контакт с ведущими педагогами может сочетаться с поддержкой местного вуза или иной образовательной структуры там, где живет обучающийся.

Существенную трудность в реализации потенциала ИКТ в математическом образовании представляет факт их маргинального положения сегодня и в деятельности большинства работающих математиков, и в деятельности педагогов-математиков. Можно ожидать, однако, что к концу первой четверти XXI века отношение между математикой и ИКТ в образовании придет в соответствие с этим отношением во всей деятельности человека, инструменты ИКТ станут в образовании повседневными и повсеместными (там, где это полезно по существу), и прояснится роль «бескомпьютерной» математической деятельности.

СОВРЕМЕННЫЙ УРОВЕНЬ И ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ. ОБЩЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ. ДОШКОЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Дошкольное образование в современном обществе является важнейшим этапом воспитания и развития ребенка. Принципиальным для развития является формирование среды и ситуаций, в том числе иссле-



довательских и игровых, в которых участвует наряду со взрослыми – воспитателями, родителями – богатая образовательная среда.

Математическое образование естественно интегрируется в общее когнитивное и коммуникативное развитие ребенка. Воспитатель и консультант осваивает систему диагностических методик, основанных на наблюдениях за ребенком, игровом и ином («не инвазивном», в частности «не тестовом») взаимодействии с ним.

В ряде образовательных учреждений РФ, прежде всего претендующих на достижение «повышенных результатов» дошкольного образования, последние десятилетия развивался подход «подготовки к школе». Этот подход акцентировал такие результаты, как «соблюдение учебной дисциплины», навыки чтения (иногда и письма), арифметики (выучивание таблиц арифметических действий), фактически погружая дошкольника в среду традиционной начальной школы. Для значительной доли детей массовой категории это приводило к формированию синдрома школьной неуспешности и дезадаптации. В современном образовательном законодательстве (Закон об образовании в РФ 2012 года) найден разумный компромисс между различными подходами. В нем вводится стандарт дошкольного образования, но в него, в отличие от стандартов других уровней образования, не входит требование к результатам обучения.

НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

Важной личностной задачей начальной школы является сохранение и развитие мотивации к учению, присущей каждому ребенку. Традиционная система обучения в российской начальной школе, восходящая к XIX веку, позволяет квалифицированному учителю достигать традиционных же результатов арифметической грамотности наряду с формированием общеучебных умений.

Возникшие в 1960-е годы на базе достижений российской психолого-педагогической школы системы развивающего обучения Эльконина – Давыдова и Занкова выдвигают на первый план формирование метапредметных, в том числе исследовательских, аналитических, компетенций учащегося. Эти системы сохраняют свой «ареал распространения», охватывая до 10% учащихся.

С конца 1980-х годов получает распространение вариант системы развивающего обучения, в котором используются отдельные положения педагогики конструкционизма и решаются следующие задачи:

- уровень визуализации и материализации математических объектов и операций намного выше, чем в других системах начального образования;
- существенное расширение области освоения по сравнению с традиционными курсами: включение базовых объектов современной конечной (дискретной) математики и информатики (в их наглядной форме) в том числе цепочек и мешков (совокупностей), диаграмм и т.д.;
- самостоятельное открытие учащимся фактов математической реальности, изобретение способов

- и алгоритмов действий (в том числе десятичной системы счисления, таблиц сложения и умножения, «законов» арифметических действий, алгоритмов сравнения чисел и операций над ними);
- взаимодействие учащихся (в том числе игровое);
- реальная математика, где математический инструментальный используется в контексте реального мира. В частности, развиваются навыки счета реальных объектов (до 10 тыс.), измерений, использования таблиц, анализа лингвистических объектов русского и других языков;
- использование виртуальных сред как материализаций миров математической деятельности;
- использование информационной среды для фиксации процесса и результатов образования, в том числе для выстраивания индивидуальных «коридоров ближайшего развития»;
- распространение (перенос) метапредметных результатов (в частности навыков логического рассуждения) в более широкий образовательный и жизненный контекст.

Данная система нашла отражение, в частности, в принятом в 2009 году Федеральном государственном образовательном стандарте начального образования, в котором охарактеризованы требования к структуре образовательных программ, результатам и условиям обучения (как и для других степеней – основной и старшей школы).

Во многих регионах России за последние годы была воссоздана и существенно расширена материальная среда начального обучения математики, в нее вошли, в виде объектов деятельности для каждого учащегося, демонстрационных моделей для учителя и материализованных на компьютерном экране элементов виртуальных сред, представления натуральных чисел и операций над ними, цепочек и совокупностей, геометрических форм и конфигураций (кубики Никитина), математических игр.

ОСНОВНАЯ И СТАРШАЯ ШКОЛА

Содержание математического образования в основной школе в общем традиционно. Одной из его особенностей является академизм: слабая связь с реальными задачами и фактами окружающего мира (отсюда слабая мотивация у детей, которые ориентируются не только на академические успехи). Это видно, в частности, и по результатам международного сравнительного исследования PISA. В то же время, как показывают международные исследования TIMSS, российские школьники в 15 лет демонстрируют хорошие академические результаты (хуже всего обстоит дело с анализом данных). В настоящее время начата реализация проекта стран АТЭС по формированию общего открытого банка математических заданий.

Серьезный школьный компонент курса прикладной математики, также по советской традиции, содержится в курсе физики. Задачи там в основном относятся к условным, абстрактным ситуациям теоретической механики и т.д. и не связаны с реальными приложениями.



Наиболее существенным дополнением традиционного курса школьной математики является курс информатики. Это курс был введен в российскую (тогда советскую) школу в середине 1980-х годов как во многом курс построения и анализа алгоритмов (алгоритмики), но содержащий компонент информационных технологий (в ту пору часто остававшийся чисто описательным). К концу 1990-х годов российские школы уже были в достаточной степени оснащены компьютерами, компьютеры имелись и на большинстве рабочих мест, где они были полезны. Центр тяжести в школьном курсе информатики и ИКТ переместился в направлении технологий – ИКТ. В настоящий момент основная линия развития – освоение ИКТ в рамках всех школьных дисциплин. При этом постепенно реализуется наращивание компонента математической информатики (computer science), что соответствует общемировой тенденции. В январе 2012 года министр образования Великобритании сказал: «Хорошее высшее образование в области информатики относится к числу наиболее фундаментальных и уважаемых в мире образований. Такое образование базируется на высших интеллектуальных достижениях – математической логике и теории множеств и в то же время готовит специалистов для самых перспективных карьер и инновационной деятельности... Мы будем поддерживать серьезные [школьные] курсы по математической информатике как математически строгому и необыкновенно увлекательному предмету. Сегодня этот предмет, базирующийся на математической логике и теории множеств, является обширной, бурно развивающейся областью, простирающейся и в такие дисциплины, как вычислительная биология».

Важнейшим современным прикладным компонентом математического образования в основной школе с начала 2000-х годов является модуль анализа данных, или, как его обычно называют в школе, статистики. Часто он в преподавании объединяется с модулем вероятности. Введение этих модулей, хотя и в небольшом объеме, безусловно является прогрессивной и перспективной тенденцией.

Компьютерные инструменты все еще мало применяются в школьном математическом образовании. Определенное исключение, естественно, составляет алгоритмика, в школьном изучении которой принципиальную роль играет визуализация.

Часто ценность геометрии в российской школе связывают с тем, что в ней учащиеся учатся что-то доказывать математически и логически строго. Однако здесь особенно ясно, что выучивание десятков доказательств не так уж сильно продвигает нас в решении этой задачи. Намного важнее – решение задач «на доказательство», в том числе «встроенных» в задачи «на вычисление». Аксиомы, например признаки равенства треугольников и значение суммы углов треугольника, выявляются в эксперименте. Источником «теорем» может служить не задачник, а эксперимент: построение геометрических конфигураций и наблюдение над ними и возникающими числовыми соотношениями позволяет формулировать гипотезы, затем подтверждаемые доказательством, исходя из уже принятых аксиом, – таковы «правила игры». Эксперименты идут в среде динамической (ком-

пьютерной) геометрии. Геометрия также оказывается полем для «прикладной математики». После открытия учениками теоремы косинусов и теоремы синусов они используются для «алгебраизации» геометрических задач и придают смысл решению квадратных уравнений (как и задачи из физики, и «текстовые задачи»).

Сохранение за школьной геометрией прерогативы развития способности к логическому доказательству вряд ли правомочно. Дополнительная помощь в логике решения уравнений (следствия, эквивалентность, разбор случаев, проверка) недостаточна. К тому же логика здесь затмевается многократным повторением, «механизацией» («выписываем ОДЗ...»). Сегодня дискретная математика, в том числе алгоритмика (построение алгоритмов, программ в условной, математической среде), соединяется с давней традицией «развлекательной» математики («волк, коза и капуста» появляются у Алкуина в VIII веке), долгое время являвшейся периферийным курьезом с точки зрения высшей математики («дифференциального и интегрального исчисления», дифференциальных уравнений, небесной механики и т.д.). Здесь логика математического доказательства может быть отработана в полной мере и естественно состыковывается со «смежными» логиками, например юридической, элементами повседневных рассуждений.

В школьном курсе математики, а особенно физики важное место занимают «текстовые» задачи (в формулировку задачи могут, помимо буквально «текста», войти и чертеж и график), описывающие квази-реальную ситуацию, то есть такую, для которой «кирпичики» математической модели уже предоставлены в распоряжение учащимся. Помимо геометрических задач, о которых упоминалось выше, в математике мы встречаемся с пешеходами, бассейнами и т.д., в физике – с наклонными плоскостями, мертвой петлей и др. Решение такой задачи разбивается на две части. Первая состоит в переходе от текстовой формулировки к системе уравнений. Вторая – в решении системы (до числового значения, или «явной» формулы). (Отдельного рассмотрения, видимо, заслуживает подход к «решению текстовых задач арифметическим способом», продолжающий естественный алгоритмический подход решения «по вопросам».) Очевидным направлением развития математического образования является расширение круга ситуаций, для которых учащимся предлагают строить математические модели, и расширение круга самих моделей. Например, в современных российских версиях итоговой аттестации за основную и за полную школу, в отличие от традиционных «задач вступительных экзаменов» большинства вузов 1950–1980-х годов, уже в простейших задачах используются соображения целочисленности, оптимизация, вероятность, анализ графиков. Понятия скорости изменения (производной) и суммарного изменения (интеграла), безусловно, относятся к инструментам математического моделирования, так же как и динамические (электронные) таблицы (Excel и т.д.). В самих задачах используются ситуации покупки в магазине, скидки, оплаты по тарифу, учета расписания, оптимизации маршрута, «реальной геометрии» – практического подсчета площади на сетке.



За 50-летнюю историю специализированных математических школ в России, включая школы с углубленным изучением математики, специализированные учебно-научные центры при Московском, Санкт-Петербургском, Новосибирском, Екатеринбургском университетах, сегодняшние общеобразовательные организации с профильным обучением, в стране накоплен уникальный педагогический потенциал. Важнейшей задачей является его сохранение и развитие – в каждой конкретной школе, в каждом педагоге, создание новых школ, подготовка и привлечение в школу новых педагогов.

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ И НЕФОРМАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

В математическом образовании школьников ключевую роль на протяжении последних десятилетий играли внешкольные его формы, в частности кружки и олимпиады. Именно они помогали формировать мотивацию значительного числа учащихся, привлекали их в специализированные (профильные) школы, ориентировали на продолжение образования в области математики и информатики. Последние годы значительную популярность получили соревнования для младших школьников, в частности олимпиада «Кенгуру».

Каждый школьник должен иметь возможность принять участие в математическом соревновании, получить бесплатный доступ к дополнительному математическому образованию.

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ. ПОДГОТОВКА ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ МАТЕМАТИКОВ

Имеет ли смысл деятельностный подход в высшем образовании? Рассмотрим высшее образование в области фундаментальной математики (мехмат, матмех и т.д.). Один из основных курсов первого года обучения – математический анализ. На лекциях он излагается как система теорем. На семинарах студенты решают технические задачи (почти все эти задачи сегодня легко решаются программами символьных вычислений). Пересечение двух потоков образовательного процесса по содержанию составляет не более 5%. В то же время уже существует российская традиция обучения в старших классах математических школ, состоящая в том, что школьники сами доказывают все теоремы первого семестра мехмата именно с целью научиться «делать математику» самим. Традиционный подход предполагает, что студент начинает самостоятельно решать (еще не ставить) научные задачи на третьем курсе, – он получает от научного руководителя тему курсовой работы. Занятия курсовой отделены от прочих учебных занятий и часто занимают малую долю (до 10%) общего учебного времени студента. На спецсеминарах студент, как правило, получает чужую статью для изучения и пересказа. Таким образом, решению задач из современных областей математики уде-

ляется крайне малое время. При этом в вузах, о которых сейчас идет речь, сосредоточен огромный кадровый потенциал именно активно работающих математиков.

В рассматриваемой перспективе представляют большой интерес попытки математических лидеров выйти за пределы традиционной системы, в частности появление учебников «... в задачах» (на месте многоточия может оказаться функциональный анализ, программирование, математическая логика, алгебра и т.д.), задачи на лекциях В.И. Арнольда и т.д. Теореминимум Ландау тоже может считаться примером «задачного», деятельностного подхода. Можно отметить и расширяющуюся перспективу «перевернутого» класса, когда учащиеся дома слушают дистанционную лекцию, а в классе индивидуально или в малых группах обсуждают ее содержание и решают задачи с учителем. Касаясь дистанционной модели, стоит заметить, что на экране телевизора с высоким разрешением может быть лучше видно лицо лектора и формулы на доске, чем в «поточной» аудитории. Если ты слушаешь лекцию онлайн, то возможен режим записок лектору, а если офлайн, то можно лектора остановить и подумать самому или заглянуть в приводимую им ссылку.

Пока же мы готовим специалистов, одно из основных занятий которых может быть создание новой математики, с помощью рассказов о том, как устроена математика старая. Если считать целесообразным изменение этой ситуации, то, видимо, надо предлагать крупным ученым и блестящим лекторам включать в свои лекции большее число задач, заданий на восстановление опущенных фрагментов доказательств и нерешенных проблем. Курсы должны быть доступны в виде гипермедиаобъекта, включающего синхронизированные: выступление (крупно – лектор), «доску», отредактированный текст и необходимые ссылки (например, на подсказки к задачам, дополнительное чтение к исследовательским проблемам и т.д.). Преподаватели – «ассистенты» курса – должны быть готовы, в первую очередь, читать, выслушивать и комментировать решения задач, предлагать студентам и лектору свои задачи – новые или удачно для контекста найденные старые. Для роли профессора, естественно, более всего подходит создатель современной математики, работник Российской академии наук или ведущего университета. Конечно, как мы хорошо знаем, математический талант не всегда сочетается с педагогическим, и здесь и сотрудничество, и советы ассистентов могут быть особенно уместны. Ассистентами (в том числе и доцентами и профессорами) курса должны быть преподаватели, которые сами в состоянии решить предлагаемую задачу, предпочтительно творчески работающие математики (публикующиеся, выступающие на научных конференциях). Именно специалисты, сами создающие математику, могут научить тому, как математику создавать. Данный подход предполагает и расширенную дифференциацию обучения. Более слабый студент, рассчитывающий на более низкую (но положительную!) оценку, может самостоятельно решить только более простые задачи, прочитать (а не самостоятельно восстановить) сложные опущенные фрагменты доказательств, для некоторых теорем понять только формулировки и заранее предложенные фрагменты доказательства и т.д. Роль всего курса – изложить полные дока-



зательства не обязательно классических или наиболее продвинутых результатов области, а скорее ее методов. Объем полностью изложенных результатов может быть сокращен, самостоятельная работа учащихся надо всем курсом предполагается в течение всего времени курса. (Индивидуально он может изучаться и «сдаваться» и за меньший срок.)

На итоговой аттестации (экзамене) по курсу будет обсуждаться, с одной стороны, материал, который студент выбрал для изучения, с другой стороны, ему будут предложены задания, соответствующие его выбору изученного. Аттестация может дать оценку несколько большую, чем ту, на которую рассчитывает студент (он меньше знает, но может решать сложные задачи), или несколько низшую (он умеет пересказать декларируемый материал, но решает задачи слабее, чем требуется); возможна, конечно, и двойка, когда не выполнены абсолютно необходимые условия.

ПОДГОТОВКА УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Описанная перспектива имеет отношение не только к подготовке профессиональных математиков. Она еще более важна для будущих учителей математики. При приеме на направление образовательного бакалавриата со специализацией в области математики должен быть установлен высокий вступительный порог, означающий, что студент этого бакалавриата умеет решать сложные школьные задачи. В ходе обучения основной нагрузкой для студента будет:

- решение более сложных задач, прежде всего из «элементарной» математики, включая направления школьной программы, которые, вероятно, будут реализовываться в будущем;
- работа с детьми (начиная с первого курса, например в математических кружках), использование различных педагогических методик и приемов в работе с разными детьми – решение практических педагогических задач;
- анализ процессов собственного решения задач, решения задач школьниками, с которыми занимается студент, других – организационных, воспитательных задач, поиски стратегий улучшения – в контексте освоения педагогических и психологических теорий.

Государственная итоговая аттестация бакалавра математического образования должна анализировать учительский портфолио выпускника вуза, проверять его умение решать задачи и находить ошибки в чужих «решениях». Не все выпускники должны аттестоваться и получать квалификацию учителя.

ПОДГОТОВКА СОЗДАТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Одним из основных видов математической деятельности в современном мире является построение и реализация математических алгоритмов (в широком смысле этого слова) в формализованных системах – языках программи-

рования, языках проектирования электронных устройств, другими словами – в проектировании элементов информационных технологий. В данном контексте особенно очевидна необходимость деятельностного компонента образования. Естественно, что практико-ориентированные курсы по технологии программирования сопровождаются упражнениями, более существенные проблемы могут возникать в связи с курсами по фундаментальной математике, в том числе вычислительной. И здесь «задачный» подход предлагает сопровождать все курсы задачами на доказательство (включая доказательство правильности алгоритмов), построение алгоритмов, их программирование в осваиваемых системах, вплоть до практической реализации на подручных компьютерах. Естественно, возникают требования и к преподавателям, относящиеся к имеющейся у них и постоянно поддерживаемой квалификации в доказательстве и программировании.

ВЫСШЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ КАК БЛАГО

Возможен ли маршрут высшего образования в области математики или математического образования, информационных технологий для выпускника школы, уровень освоения которым школьной программы позволяет делать (статистически) негативный прогноз его дальнейшего обучения и работы в качестве математика или учителя математики, программиста? Это – вопрос образовательной политики. Ответ на него зависит от приоритетов общества и государства. Можно исходить из тезиса о том, что, как подчеркивает В.М. Тихомирова, цитируя «Рекомендации XIX Международной конференции по народному просвещению» (в переводе А.И. Маркушевича): «Математическое образование есть благо, на которое имеет право каждое человеческое существо...» Если считать, что всякий гражданин имеет право на получение любого объема математического образования, который он сможет освоить начиная с любого уровня, то возможны программы бакалавриата, которые принимают троечников и дают им возможность «утешительного забега», то есть фактического ускоренного повторения школьной математики начиная с элементов арифметики (разложение на множители и действия с дробями), алгебры многочленов и т.д., с отчислением неуспевающих. Вопрос платности такого образования, необходимости и желательности выделения кадровых ресурсов (например, профессоров педагогических вузов различной квалификации) должен решаться вузами, их учредителями и государством.

КВАЛИФИЦИРОВАННЫЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

К данной категории относятся профессионалы самых разных инженерных, экономических, естественнонаучных направлений. Для них деятельностная модель предполагает в математических курсах постоянное обра-



шение к предметным областям, откуда черпаются задачи для решения, формулирования математических моделей, компьютерного моделирования. Соответственно, и преподавательский состав должен также формироваться прежде всего из математически компетентных специалистов, имеющих опыт построения моделей в данной области. Возможно и объединение взаимодействующих профессионалов в фундаментальной, прикладной математике, моделировании, программировании и специалистов в математических и компьютерных моделях данной области.

ПРОБЛЕМА СТУДЕНТОВ, ПРИНЯТЫХ В ВУЗ И НЕ ИМЕЮЩИХ ДОСТАТОЧНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ

Возможна и распространена сегодня ситуация, при которой вуз (например, инженерный), стремясь набрать достаточное количество студентов, вынужден установить заведомо низкий порог требований к их математической подготовке. Вопрос о целесообразности такого набора должен решаться вне контекста математического образования и не связан непосредственно с качеством подготовки школьников, о снижении (по сравнению с советским временем) которого часто говорят профессора и ректоры технических вузов: ведь в эти вузы идут далеко не самые сильные выпускники (радикально снизилась мотивация) и эти же профессора и ректоры решают брать почти всех, кто пришел.

Однако и в этой ситуации возможен трезвый и взвешенный подход. Задача первого года обучения математике состоит в том, чтобы выделить из всех поступивших тех, кто получил низкий балл в силу обстоятельств, которые можно компенсировать краткосрочной подготовкой. Безусловно, безнадежным и даже опасным делом является попытка проходить курсы высшей математики при отсутствии используемой в них элементарной подготовки. Это порождает хорошо известный школьным учителям и крайне вредный синдром «приблизительного» математического знания, когда учащийся пытается угадать, что нужно учителю, и делает случайные ходы: «добавить, а, нет – умножить, продифференцировать...». Если нужно, чтобы студент складывал дроби, надо его этому научить и проверить результат. Математика не допускает таких пропусков в своем освоении.

Естественно, что значительная доля студентов не справится с такой жесткой и честной программой. Их необходимо отчислить. Опять-таки – это вопрос, который должен решить вуз: стоит ли затрачивать ресурсы и пытаться отбирать среди студентов, принятых с низким баллом по математике, тех, кто все же сможет учиться дальше.

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛОВ, НЕ ПРЕДПОЛАГАЮЩЕЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КВАЛИФИКАЦИИ

Среди осваивающих соответствующие программы высшего образования могут быть обучающиеся с самым

разным исходным уровнем математической квалификации. Представляется целесообразным, с одной стороны, предусмотреть для них обязательные «восстановительные» курсы, ориентированные на формирование надежной функциональной математической грамотности для тех, кто не сумел это сделать в школе. С другой стороны, возможны и курсы повышенного типа по наиболее актуальным разделам современной математики и информационных технологий. И те и другие курсы предполагают серьезное задачное наполнение и интенсивное использование ИКТ.

ОБЩЕКУЛЬТУРНЫЙ КОМПОНЕНТ

В различных программах высшего образования, помимо опыта математической деятельности, на котором концентрировалось обсуждение выше, целесообразен обязательный компонент, относящийся к расширению общекультурного кругозора студента в области математики, ее истории в человеческой цивилизации, красоты ее результатов, современных достижений и их роли в экономике и качестве жизни.

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ.

ИКТ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ.

ИНСТРУМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основными элементами роли компьютера и других инструментов ИКТ в школьном математическом образовании являются следующие:

1. Экранное представление (материализация, по П.Я. Гальперину) математических объектов и процессов, их свойств и операций над ними. Например, на экране может идти математическая игра нескольких детей, наиболее очевидный пример – график функции.
2. Автоматизация выполнения действий с математическими объектами (например, алгебраических преобразований, визуализации собранных данных).
3. Создание и отладка программ.
4. Постановка и проведение эксперимента (результаты которого могут быть визуально представлены, см. пункт 1). Эксперимент может идти как с абстрактными математическими объектами, так и с математическими объектами, моделирующими реальный мир. Особо мощным инструментом, сочетающим возможность визуализации математических объектов и экспериментов с ними, оказалась динамическая геометрия, во всем мире используемая в математическом образовании.
5. Обеспечение игрового взаимодействия в игре с партнером (присутствующем в том же месте или удаленном) или с самим компьютером.
6. Автоматическая реакция на действия учащегося (например, проверка правильности полученного ответа).



Применение ИКТ является ключевым элементом возможного реформирования математического образования, при котором:

- повысится доля математических рассуждений в курсе;
- больше внимания будет уделяться связи математической модели с реальностью;
- повысится самостоятельность и мотивация учащихся;
- существенно вырастет область математических задач и задач математического моделирования, которые учащиеся смогут решать (с применением компьютера).

Особую роль математические инструменты могут сыграть в обучении (и последующей жизни) детей с ограниченными возможностями здоровья.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СРЕДА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Все больше процессов в жизни каждого человека идут в цифровой информационной среде. Большая часть сообщений (от записок и писем до газет и книг) сегодня создается в цифровом виде и передается по цифровым линиям коммуникации. То же верно и для других видов информационной деятельности.

Система образования не может оставаться вне этих процессов. Уже сегодня все больше и больше выступлений учителя сопровождается цифровой демонстрацией (например, иллюстрациями на экране), домашние задания хранятся, а домашние работы выполняются в компьютере и т.д. При этом, как и в других видах информационных процессов, информационная среда:

- предоставляет дополнительные возможности. Например, заболевший учащийся может «очно» присутствовать на уроке; домашняя работа может сдаваться учениками и проверяться учителем до начала следующего занятия по предмету; учитель может оценивать улучшения, которые возникли в работе учащегося в результате обсуждений;
- порождает трудности. Например, требуется обучение людей, которые ее используют, адаптация норм и правил, возникает дополнительная работа по переводу чего-то сделанного на бумаге в цифровую форму и т.д.

Поэтому погружение образовательного процесса отдельных педагогов и учреждений системы образо-

вания в информационную среду требует значительных трудозатрат и времени.

Ожидается, что в ближайшей перспективе все большая часть образовательного процесса будет идти в информационной образовательной среде. Ход этого процесса и его результаты будут в ней фиксироваться. В ней же будет идти индивидуальное планирование работы учителя и каждого учащегося. Зафиксированное в среде будет дистанционно доступно и внешнему наблюдателю.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СРЕДА И ПРОБЛЕМА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Сегодня в целях обеспечения качества получаемого каждым учеником образования используется система запросов со стороны органов управления образования и отчетов от учителя и школы. Более того, часто эта система начинает использоваться и для многих других (даже не образовательных целей). Возможная (по желанию учителя и школы) альтернатива состоит в том, что информация об образовательном процессе (при условии безопасности персональных данных) постоянно присутствует в информационной среде и может быть проанализирована без участия учителя. Эта же информация может быть использована и для экспертной оценки результатов обучения учащегося, качества работы учителя, для информирования родителей о том, «что происходит в школе» и т.д.

Информационная среда будет играть принципиальную роль в проектировании и использовании измерителей для систем образования, в частности измерителей эффективности различных образовательных реформ. Фиксация в информационной среде хода образования каждого отдельного человека может быть использована в системе оценке качества образования и эффектов идущих в нем изменений. При этом измеряться могут: сам ход образовательного процесса и его текущие результаты или результаты специально используемых процедур (например, стандартизованных). Измерения могут вести: сам человек, его родители, педагоги, непосредственно заинтересованные в достижении наилучших результатов, педагоги, которые работали с обучающимися раньше или, возможно, будут работать с ними в дальнейшем, а также в той или иной степени «независимые» эксперты. На основании измерений может быть сделан прогноз последующих образовательных результатов обучающегося.